

PROGRAMA DE CURSO

1. Datos de identificación

| | | |
|---|--|--|
| CENTRO DE EDUCACIÓN MEDIA | Departamento: Matemáticas y Física. | |
| | Area Académica: Matemáticas | |
| BACHILLERATO GENERAL CURRÍCULO POR COMPETENCIAS 2015 | Nombre de la materia: Curso Cero | Tipo de experiencia educativa: Disciplinaria |
| | Clave de la materia: 18893 | Modalidad en que se imparte: Presencial |
| | Créditos: 0 | Area Curricular: Matemáticas |
| | Total de horas: 30 | |
| | Semestre: Cero | |
| | Periodo en que se imparte: Agosto – Diciembre | Nivel de complejidad: 1 |
| | Validado por la academia de: Matemáticas | Fecha de validación del programa: Junio de 2016 |

2. Fundamentación

Para acceder a los estudios del nivel medio, los estudiantes de nuevo ingreso, particularmente en el área de matemáticas requieren de un conjunto de competencias aritméticas básicas para incorporarse de manera adecuada al curso de álgebra y los subsecuentes. Estos estudiantes egresan de diversas instituciones y por consecuencia presentan un alto grado de heterogeneidad en dichas competencias; por lo que se hace necesario implementar un curso cero cuyo objetivo es homogeneizar las competencias antes citadas.

Este curso se ubica dentro de lo que se conoce como *escuela de verano*, y constituye una alternativa para que los estudiantes de nuevo ingreso puedan avanzar en sus estudios, en este caso apoyándolos mediante un proceso cuya finalidad es que los jóvenes logren el nivel requerido en los saberes procedimentales y declarativos de aritmética y, por consecuencia, las competencias previas que le permitirán iniciar su bachillerato con mayores garantías de éxito.

3. Competencias a desarrollar

| COMPETENCIAS PREVIAS | Subcompetencias | |
|--|---|---|
| 1. Manifiesta un razonamiento lógico matemático en la resolución de problemas. | Saberes procedimentales | Saberes declarativos |
| | UNIDAD DE APRENDIZAJE 1 (10 HORAS) | |
| 2. Demuestra un dominio de saberes básicos en el área de matemáticas. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Interpreta y utiliza correctamente el lenguaje simbólico para el manejo de expresiones aritméticas. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Números Naturales. ▪ Números Enteros. ▪ Números Racionales. Forma Común y forma Decimal. ▪ Números Irracionales. ▪ Números Reales. ▪ Representación gráfica en la recta numérica. ▪ Operaciones binarias. |

| | | |
|--|---|---|
| | | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Propiedades de campo. ▪ Números primos y compuestos. <ul style="list-style-type: none"> ○ Criterios de divisibilidad. ○ Factorización de números compuestos. |
| UNIDAD DE APRENDIZAJE 2 (12 HORAS) | | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica y realiza operaciones básicas con expresiones aritméticas. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Jerarquía de las operaciones aritméticas. ▪ Símbolos de Agrupación. ▪ Eliminación de símbolos de agrupación. ▪ Suma y resta de enteros. ▪ Multiplicación de enteros. <ul style="list-style-type: none"> ○ La suma como multiplicación. ▪ División. <ul style="list-style-type: none"> ○ División de números enteros. ○ División indicada: dividendo y divisor como numerador y denominador. ▪ Operaciones con fracciones. <ul style="list-style-type: none"> ○ Simplificación de fracciones. ○ Suma y resta. ○ Multiplicación y división. ○ Fracciones compuestas. ▪ La multiplicación como potencia. <ul style="list-style-type: none"> ○ Definición de potencia: exponente y base. ○ Propiedades de los exponentes. ○ Potencias de base 10. ▪ Raíces. <ul style="list-style-type: none"> ○ Definición de raíz cuadrada a partir de la potencia. ○ Extensión a la raíz n. ▪ Suma y resta de radicales semejantes. |
| UNIDAD DE APRENDIZAJE 3 (8 HORAS) | | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Identifica y utiliza operaciones básicas con expresiones algebraicas. | <ul style="list-style-type: none"> ▪ Literales: definición y uso. ▪ Lenguaje común y lenguaje algebraico. ▪ Fórmulas y despejes. |

3. Metodología de enseñanza

En la impartición de este curso, el Profesor se enfocará en el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares dentro de los ámbitos conceptual y discursivo.

El docente deberá facilitar el logro de las competencias del curso mediante el diseño de experiencias de aprendizaje adecuadas así como del seguimiento y retroalimentación correcta y oportuna al trabajo del estudiante.

La estrategia de enseñanza que se propone considera que los estudiantes incrementen y mejoren sus competencias en el área de matemáticas, desarrollando su capacidad para aprender de manera significativa, así como sus hábitos de estudio; en consecuencia, el profesor pondrá énfasis en la construcción del aprendizaje de saberes asociados a los contenidos temáticos de la aritmética. Todo esto

en un ambiente respetuoso, proactivo, de desarrollo y mejora de las competencias de los estudiantes.

Para cumplir con estas funciones el profesor utiliza diversos métodos de enseñanza como Resolución de Ejercicios (RE), Expositivo, y otros que considere oportunos. Las experiencias de aprendizaje, que de aquí se derivan, corresponden a un nivel de complejidad básico.

Los recursos didácticos que se podrán utilizar son tareas y cuadros comparativos. El profesor podrá incorporar otros recursos de apoyo didáctico que considere oportunos para resolver situaciones no previstas en la planeación inicial.

Las formas de organización suponen que los estudiantes actúen tanto de manera individual como grupal y en equipos para fortalecer un espacio de trabajo que propicie la verbalización de sus procesos de pensamiento y actitudes colaborativas de aprendizaje.

4. Evaluación de competencias

Se realizarán tres tipos de evaluación:

1. Evaluación diagnóstica para identificar los desempeños en saberes procedimentales y declarativos de los estudiantes al inicio del curso.
2. Evaluación formativa para retroalimentar los desempeños. Esta se abordará de manera formal e informal durante el desarrollo del curso.
3. Evaluación sumativa al final del curso, mediante la aplicación de examen escrito, con la finalidad de verificar los avances reales de los estudiantes.

En correspondencia a lo que se establece en el Currículo 2015, si un estudiante no aprobase este curso, o no asistiera a él, el tutor del grupo deberá notificarlo a los padres o persona responsable del estudiante con la finalidad de que estén enterados y tomen las medidas adecuadas.

5. Fuentes de consulta

- 1) Básicas.
 1. Academia de Matemáticas (2016), CEM-UAA. *Apuntes de Matemáticas*. Aguascalientes, México. Disponible en: <http://matematicas.bach.uaa.mx/apuntes.html>
- 2) Complementarias.
 1. Ruíz Basto, J. (2009). *Matemáticas I. Álgebra en acción. Bachillerato General. Serie integral por competencias*. Grupo Editorial Patria. México.
 2. Ibáñez Carrasco P. y García Torres G. (2010). *Matemáticas I. Aritmética y álgebra con enfoque en competencias*. CENAGE Learning. México.
 3. Martínez Vázquez L. y Garrido Méndez M. (2010). *Matemáticas I con enfoque en competencias, organización didáctica por bloques*. Book Mart. México.

CENTRO DE EDUCACIÓN MEDIA
CURSO CERO

UNIDAD DE APRENDIZAJE 1

INTRODUCCIÓN.

Números Naturales.

Imagina un hombre de las cavernas que se dedicaba a la caza y recolección de frutos; en una salida logró juntar un montón de frutos y lo llevó a su hogar, al momento de repartirlo a todos los integrantes de su familia no fue suficiente y varios de ellos no alcanzaron alimento.

- ¿Qué crees que hizo el hombre para alimentar o darle de comer a todos los integrantes de su familia, sin tener que dar varias vueltas a recolectar frutos?

La respuesta a esta pregunta llevó a los primeros hombres a utilizar una forma para CONTAR los objetos de su entorno o que satisfacían sus necesidades.

Es así como surgen los números NATURALES que son los que sirven para contar; y se representan de la siguiente forma.

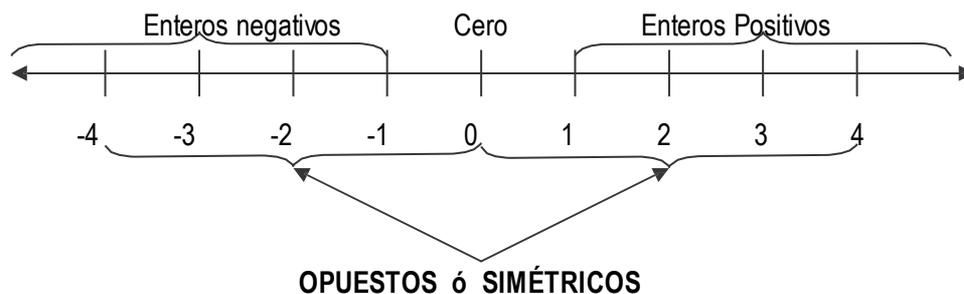
$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}.$$

Números Enteros.

Con el pasar del tiempo, los hombres formaron civilizaciones y alcanzaron niveles de cultura razonables. Es en estos ambientes, donde las actividades no se centran en la satisfacción de necesidades básicas, que surge el concepto de número ENTERO.

Los números enteros se denotan con la letra **Z** y son los positivos, los negativos y el 0.

La recta numérica es la línea recta en la que los números son mostrados como puntos especialmente marcados que están separados uniformemente. En la recta numérica convencionalmente, los positivos están a la derecha del 0 y los negativos a la izquierda. Se muestra a continuación la recta numérica donde se marcan los números enteros:



El 4 se lee como “cuatro positivo” o “cuatro”. El - 4 se lee como “cuatro negativo” o “menos cuatro”. Los números como el 4 y el - 4 que están en la recta numérica en lados diferentes con respecto al 0 y a la misma distancia de él se llaman opuestos o simétricos.

El concepto de opuestos o simétricos, ocurre para TODOS los demás números enteros; en la gráfica anterior, el 1 y - 1, 2 y - 2, 3 y - 3, etc.

Números Racionales.

Una vez que las distintas civilizaciones alcanzan niveles culturales y sociales adecuados, surge el comercio. A esta actividad viene ligada la necesidad de medir y para ello el hombre hubo de inventar unidades de medida, así surgieron los diferentes sistemas de medición (MKS, cgs, e inglés).

El hombre notó que la unidad de medida no cabía completamente al utilizarla en la medición y tuvo la necesidad de “partir” esa unidad y así surgen los números fraccionarios.

$$\frac{2}{3} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{3}{7}$$

- Al observar las fracciones anteriores, ¿qué tipo de números son los que aparecen arriba de la línea? ¿Y los de abajo? _____
- ¿Cuál es el significado de la expresión $\frac{2}{3}$? _____
- ¿Cuál sería el significado de la expresión $\frac{5}{0}$? _____

En general, se dice que todo número racional es aquel que puede ser expresado de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son ENTEROS, y b no puede ser 0. Los números racionales se representan con la letra **Q**.

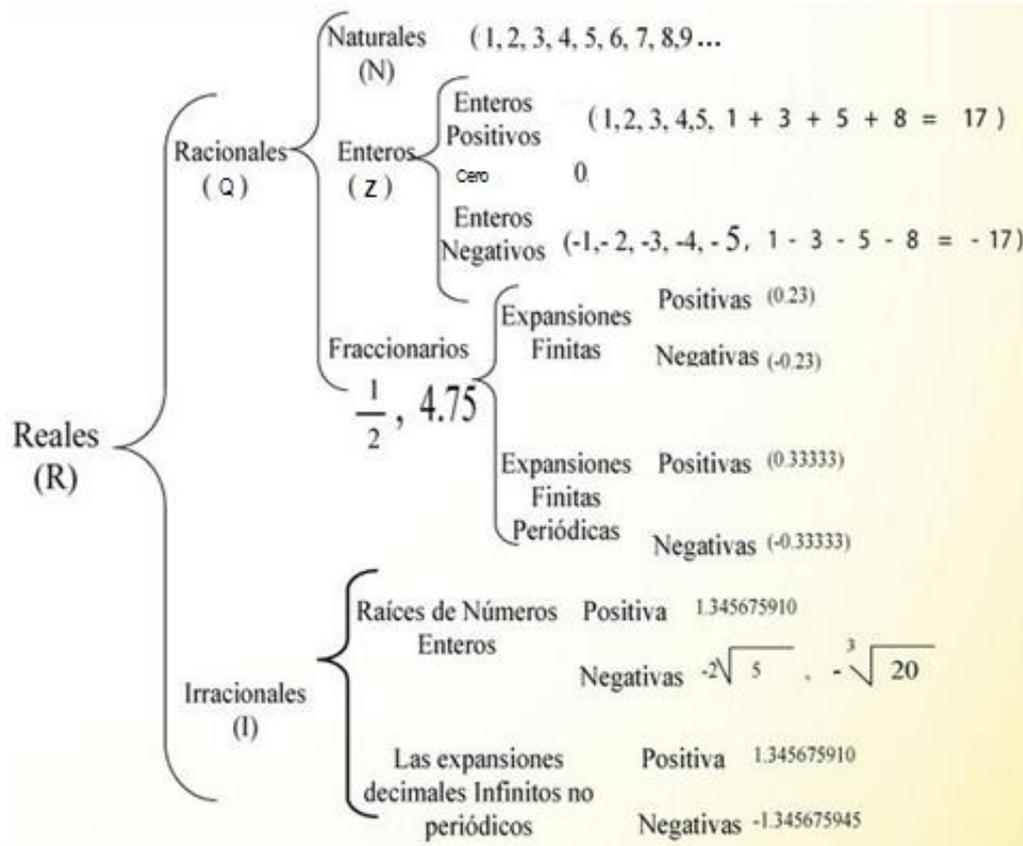
- ¿Puede expresarse un número entero en este formato? Escribe algunos ejemplos.
-

Números Reales.

Aún existe otra clase de números distintos de los ya mencionados. Estos números son conocidos como IRRACIONALES, ya que no se pueden obtener como los racionales. Entre estos números están todas las raíces que no son exactas, el número $\pi = 3.1415\dots$ y el número $e = 2.7182\dots$ (base de logaritmos neperianos). Los números irracionales se representan con la letra **I**.

Los números irracionales, junto con los racionales (dentro de los cuales están los enteros) forman el conjunto de los números REALES. Estos se representan con la letra **R**.

El siguiente diagrama puede servir para visualizar cómo están estructurados los números reales:



Operación Binaria.

Se conoce como operación binaria aquella que al operar dos números (de ahí su nombre) se obtiene un tercero.

El símbolo “+” representa la operación binaria suma; el símbolo “*” representa la operación binaria multiplicación.

Propiedades de los Número Reales.

En los temas anteriores se describió “el terreno” donde se realizarán las operaciones durante el curso. Ahora es tiempo de explicar “las reglas” aplicadas al realizar las operaciones, en otras palabras, lo que se puede hacer y lo que no se puede (ni debe) hacerse.

Estas “reglas” reciben el nombre de **propiedades de campo** y se aplican a las operaciones fundamentales. Estas propiedades son 6 y se describen a continuación:

Cerradura

La suma o multiplicación de dos números reales, siempre da un número real. Ejemplo: Sean a, b números reales, entonces:

$$a + b = \text{núm } R$$

$$a * b = \text{núm } R$$

| NÚMEROS | PROPIEDAD DE CERRADURA |
|-------------------|--|
| <i>Naturales</i> | adición, multiplicación |
| <i>Enteros</i> | adición, sustracción, multiplicación |
| <i>Racionales</i> | adición, sustracción, multiplicación, división |
| <i>Reales</i> | adición, sustracción, multiplicación, división |

Asociativa

Para la suma: la forma como se asocian tres o más números (sumandos) no altera el resultado.

$$\begin{aligned} (3 + 5) + 6 &= 8 + 6 & 3 + (5 + 6) &= 3 + 11 \\ &= 14 & &= 14 \end{aligned}$$

Para la multiplicación: la manera en cómo se asocian tres ó más números (factores) no altera el producto.

$$\begin{aligned} (4 * 5) * 6 &= (20) * 6 & 4 * (5 * 6) &= 4 * (30) \\ &= 120. & &= 120. \end{aligned}$$

Conmutativa

Para la suma: el orden en que se sumen dos ó más números no altera el resultado.

$$8 + 4 = 12 \quad 4 + 8 = 12$$

Para la multiplicación: el orden de los factores no altera el producto.

$$(7)(8) = 56 \quad (8)(7) = 56$$

Elementos Identidad (Neutros)

Para la suma, 0 es el neutro aditivo. Esto significa que sumar 0 a cualquier número da como resultado el mismo número.

$$-13 + 0 = -13.$$

Para la multiplicación, 1 es el neutro multiplicativo. Multiplicar cualquier número por 1 da como resultado el mismo número.

$$(\sqrt{7})(1) = \sqrt{7} \quad (-9)(1) = -9 \quad \left(\frac{5}{17}\right)(1) = \frac{5}{17}$$

Inversos

Para todo número real existe un número, llamado inverso aditivo (opuesto ó simétrico), con la propiedad de que al sumarse ambos se obtiene como resultado cero (**neutro aditivo**).

| NÚMERO | INVERSO | OPERACIÓN |
|----------------|---------------|----------------------------------|
| 7 | -7 | $7 + (-7) = 0$ |
| -23 | 23 | $-23 + 23 = 0$ |
| $-\frac{7}{4}$ | $\frac{7}{4}$ | $-\frac{7}{4} + \frac{7}{4} = 0$ |

Para la multiplicación, existe un elemento llamado inverso multiplicativo ó recíproco del número que tiene la característica de que el producto de ambos es la unidad (**neutro multiplicativo**).

| NÚMERO | INVERSO | OPERACIÓN |
|------------------|----------------|--|
| 7 | $\frac{1}{7}$ | $(7)\left(\frac{1}{7}\right) = 1$ |
| $\frac{1}{5}$ | 5 | $-\left(\frac{1}{5}\right)(5) = 1$ |
| $-\frac{7}{4}$ - | $-\frac{4}{7}$ | $\left(-\frac{7}{4}\right)\left(-\frac{4}{7}\right) = 1$ |

Distributiva

Todas las propiedades que hemos analizado contienen una operación simple. Ahora veamos el caso de multiplicar un número por la suma de otros dos.

Ejemplo:

7 multiplicado por la suma de 4 y 5, puede obtenerse de dos maneras:

$$\left. \begin{array}{l} (7)(4 + 5) \\ (7)(9) = 63 \\ 63 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{sumar primero lo que está dentro del paréntesis} \\ \text{y después multiplicar.} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} (7)(4) + (7)(5) \\ 28 + 35 = 63 \end{array} \right\} \text{Por propiedad distributiva se multiplica y después se suma.}$$

Por lo tanto, al realizar esta acción se dice que la multiplicación distribuye a la suma.

EJERCICIOS

Indicar que propiedad de campo se ilustra en cada ejemplo:

- | | |
|---------------------------------------|--|
| 1) $4 + 7 = 7 + 4$ _____ | 4) $(-9)\left(-\frac{1}{9}\right) = 1$ _____ |
| 2) $(8)(1) = 8$ _____ | 5) $-5 + 0 = -5$ _____ |
| 3) $5(7 + (-3)) = 5(7) + 5(-3)$ _____ | 6) $3(4x) = (3 * 4)$ _____ |

Números primos y compuestos

Número primo:

Es un número natural mayor que uno que tiene únicamente dos divisores distintos: él mismo y el 1.

Números compuestos:

Un número es compuesto cuando tiene uno o más divisores distintos de él mismo y la unidad.

Ejemplo:

El número 3 es un número primo porque solo es divisible por 3 y 1, mientras que 6 es un número compuesto ya que es divisible por 6, 3, 2, y 1.

La **criba de Eratóstenes** permite encontrar rápidamente todos los números primos hasta un cierto número. Se basa en eliminar en la lista de números todos los que sean compuestos. Una vez acabado el proceso los números que quedan sin descartar serán primos.

Encontremos los números primos hasta el 100.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Empezar seleccionando el 2, que es el primer número primo. A continuación eliminar los múltiplos de 2: 4, 6, 8, 10, etc. Seleccionar el siguiente número sin eliminar (3) y eliminar sus múltiplos. El siguiente número primo sería el 5, para el cual hacer lo mismo y así sucesivamente.

Criterios de divisibilidad:

Existen algunos criterios que nos permitirán identificar cuando un número compuesto es divisible por los primeros números primos (2, 3, 5, 7, y 11) y son los siguientes:

- Un número es divisible por **2** si termina en cero o cifra par.
Ejemplo: 24, 238, 1024
- Un número es divisible por **3** si la suma de sus dígitos es múltiplo de 3.
Ejemplo: 564 ya que $5+6+4=15$
- Un número es divisible por **5** si termina en cero o 5.
Ejemplo: 15, 35, 100
- Un número es divisible por **7** cuando la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de las cifras de las unidades es 0 o múltiplo de 7.

Ejemplo: 343 ya que $34-2(3)=28$.

105 ya que $10-2(5)=0$

2261 ya que $226-2(1)=224$ y se repite el proceso, es decir, $22-2(4)=14$.

- Un número es divisible por **11** si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares impares y la de los pares es 0 o múltiplo de 11.

Ejemplo: 121 ya que $(1+1)-(2) = 0$

2981 ya que $(2+8)-(9+1)=0$

EJERCICIOS: Indicar cuales son los divisores de los siguientes números.

- a) 24
- b) 564
- c) 228618824
- d) 74980
- e) 55
- f) 1024
- g) 7222215
- h) 8342983517
- i) 257892
- j) 6268207

Factorización de números compuestos:

Factorizar es buscar los factores a partir del producto. Por ejemplo:

$$20 = (2) (10) \qquad 20 = (4) (5)$$

Cuando los factores son números compuestos, se llama *factorización parcial*.

Cuando los factores son números primos se llama *factorización "única"*. De hecho cualquier número tiene factorización "única".

Por ejemplo factorizaciones parciales del número 30 son:

$$30 = (5) (6), \qquad 30 = (2) (15), \qquad 30 = (10) (3)$$

Y su factorización única es $30 = (2) (3) (5)$.

Nota: para encontrar la factorización "única" se tiene que tener en cuenta la criba de Eratóstenes y los criterios de divisibilidad.

Ejemplo:

Encontrar la descomposición "única" del número 72.

| | |
|----|---|
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9 | 3 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

Factorización Completa:

$$72 = (2)(2)(2)(3)(3)$$

Ejemplo:

Encontrar la descomposición "única" del número 375.

$$\begin{array}{r|l} 375 & 3 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Factorización Completa:

$$375=(3)(5)(5)(5)$$

EJERCICIOS: Encontrar la descomposición "única" de los siguientes números:

- a) 420
- b) 1890
- c) 245
- d) 1260
- e) 1452